تصميم منحنيات القيادة باستخدام كثيرات الحدود من درجات عالية

مهند طرشة كردي

قسم هندسة الإنتاج، كلية الهندسة الميكانيكية، جامعة حلب

الملخص

إن الكثير من الآلات المطورة محلياً تعاني من مشكلة الضجيج والاهتزازات عند السرعات العالية أوعند تبديل السرعات. وهذا يمكن أن يرد إلى عدة أسباب منها عدم الدقة في التصنيع ومرونة أجزاء الآلة ولكن أهمها هو عدم التصميم الصحيح لمنحنيات القيادة. فيجب أن تكون منحنيات القيادة مستمرة وقابلة للاشتقاق وملساء حتى المشتق الثالث بحيث لا تؤدي إلى تهيج النظام المقاد ونشوء الاهتزازات فيه.

هذه الدراسة اهتمت باستخدام كثيرات الحدود عالية الدرجة في تصميم منحنيات القيادة وذلك نظراً لسهولة حساباتها ولقدرتها على تحقيق متطلبات الحركة التوافقية. حيث تناولت الدراسة تأثير درجة كثير الحدود وتأثير عدم التناظر في منحنيات القيادة على تحقيق شروط الحركة المطلوبة. لتحقيق هذا الهدف تم نمذجة المعادلات الرياضية للحركه باستخدام برامج النمذجة الرياضية (Maple) و (Matlab) وعرض ومناقشة النتائج التي تم التوصل إليها. حيث بينت النتائج أن استخدام كثيرات الحدود في تصميم منحنيات القيادة يحقق الكثير من متطلبات الحركة وذلك نظراً لغناها بالثوابت التي تتعلق بدرجتها.

الكلمات المفتاحية: تصميم الحركات الميكانيكية، كثيرات الحدود عالية الدرجة، الاهتزازات، النمذجة الرياضية، منحنيات القيادة.

ورد البحث للمجلة بتاريخ ا 3/30 /2020

قبل للنشر بتاريخ ا 16/ 6 /2020

Designing of Driving Curves Using High-Degree Polynomials

Mohannad Tarsha Kordi
Dept. of Production Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, Aleppo University

Abstract

Many of the locally developed machines suffer from the problem of noise and vibration at high speeds or when switching speeds. This can be related to several reasons, including inaccuracies in manufacturing and the flexibility of machine parts, but the most important reason is the incorrect design of the driving curves. The moving curves must be continuous, derivative, and smooth until the third derivative, so that they do not irritate the driving system and produce vibrations in it.

This study is concerned with the use of high-degree polynomials in designing the driving curves due to the ease of their calculations and their ability to achieve harmonic motion requirements. The effect of the polynomial degree and the effect of asymmetry in the moving curves on achieving the required motion conditions were studied. To achieve this goal, the mathematical equations of the motion were modeled using mathematical modeling programs (Maple) and (Matlab), and the results reached were presented and discussed. The results showed that the use of polynomials in designing moving curves accomplishes many of the motion requirements, due to their richness in the parameters related to their degree.

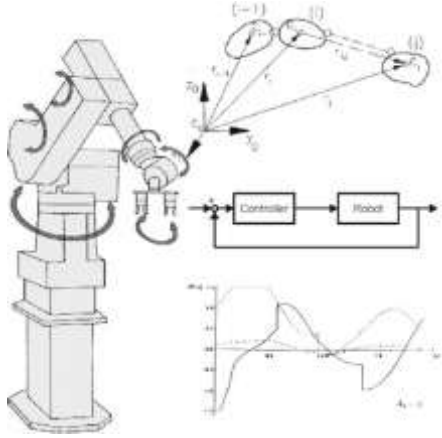
Keywords: mechanical motion design, high-degree polynomial, vibrations, mathematical modeling, driving curves.

Received 30/3/2020
Accepted 16/6/2020

1. المقدمة:

1.1 أهمية تصميم منحنيات القيادة

إن تصميم منحنيات القيادة الميكانيكية له أهمية كبيرة في تحسين مردود النظام الميكانيكي من حيث زيادة السرعة وتخفيض الاهتزازات والذي يعود بدوره على زيادة دقة الحركة والإقلال من الاهتراء والضجيج. والمقصود بمنحني القيادة أو منحني الحركة هو علاقة دخل النظام الميكانيكي مع الزمن.



-(A)-

-(B)-

الشكل (1): A ـ تصميم مسارات أنظمة الروبوت

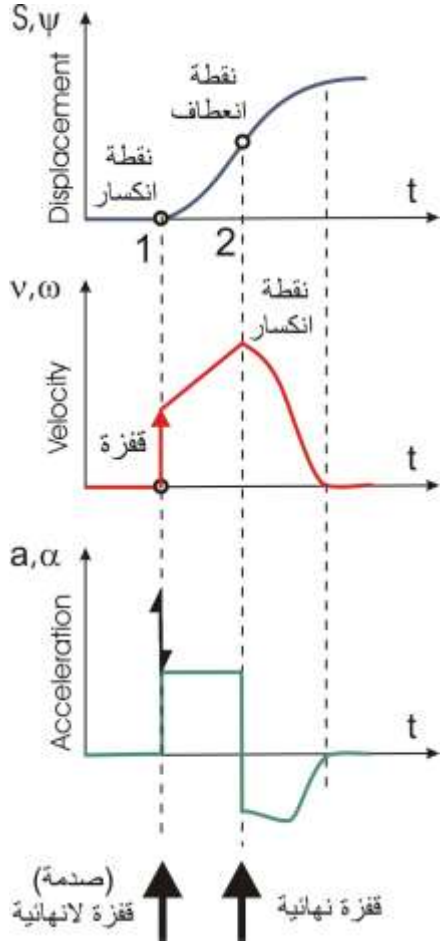
B-تصميم منحنيات القيادة في أنظمة الحدبات

أي علاقة حركة القيادة لأي الآلية مع الزمن. وقد يتم في بعض الأحيان تصميم حركة عنصر الخرج أو التأثير النهائي للروبوت أي إيجاد علاقة حركة هذا العنصر مع الزمن. في أنظمة الروبوت تصمم عادةً حركة عنصر التأثير النهائي في فراغ العمل ثم

تنقل هذه الحركة إلى محركات القيادة عن طريق الحركة العكسية الشكل (1,A) ويتم اشتقاق معادلات الحركة للمحركات أو لأقراص القيادة الموجوده في المفاصل والتي بدورها تحقق الحركة التي تم تصميمها لعنصر التأثير النهائي كما تستخدم تصميم منحنيات القيادة في قيادة الآلات وذلك عن طريق أقراص القيادة (الحدبة) الشكل (1,B) ويمكن تعميم نفس المبدأ على محركات السيرفو. ويتم تصميم منحنيات الحركات الميكانيكية في فراغ العمل وفق استراتيجيتين: الأولى وهي تصميم منحنيات الحركة من خلال إعطاء متطلبات الحركة فقط في نقطة بداية المسار وفي نهايته. وهذا ما يعرف بالمصطلح (Point to Point) وهذا النوع من التصميم شائع في تطبيقات النقل والتموضع على خطوط الإنتاج أي (Pick and Place) أما الثانية فيتم فيها تصميم الحركة على كامل نقاط المسار وهذا النوع يدعى بـ (Contour design) ويستخدم عند تصميم حركات اللحام أو عملية الطلاء أو الخياطة بواسطة الروبوت.

وبشكل عام عند التصميم يجب تحقيق متطلبات الحركة أي قيمة متغير الحركة والزمن عند كل نقطة او عند نقطة البداية ونقطة النهاية، حسب نوع التصميم. لكن إضافة إلى تحقيق شروط الحركة لابد من ضمان أن تكون الحركة منخفضة التسارع ومستمرة ومعادلتها قابلة للاشتقاق في كل نقطة من نقاطها وحتى المشتق الثالث، وهذا يتحقق عندما تكون الحركة خالية من القفزات المحدودة واللانهائية في منحنياتها والتي تظهر على شكل صدمات ميكانيكية في الحركة والتي بدورها تؤدي إلى تهييج النظام للاهتزاز. الشكل (2) يوضح تأثير نقاط الانعطاف والانكسارات في منحني الحركة والتي تظهر

بشكل خاص عند نقاط وصل منحنيات مجالات الحركة مع بعضها.



الشكل (2): تأثير عدم الاستمرارية وقابلية الاشتقاق في منحنيات الحركة

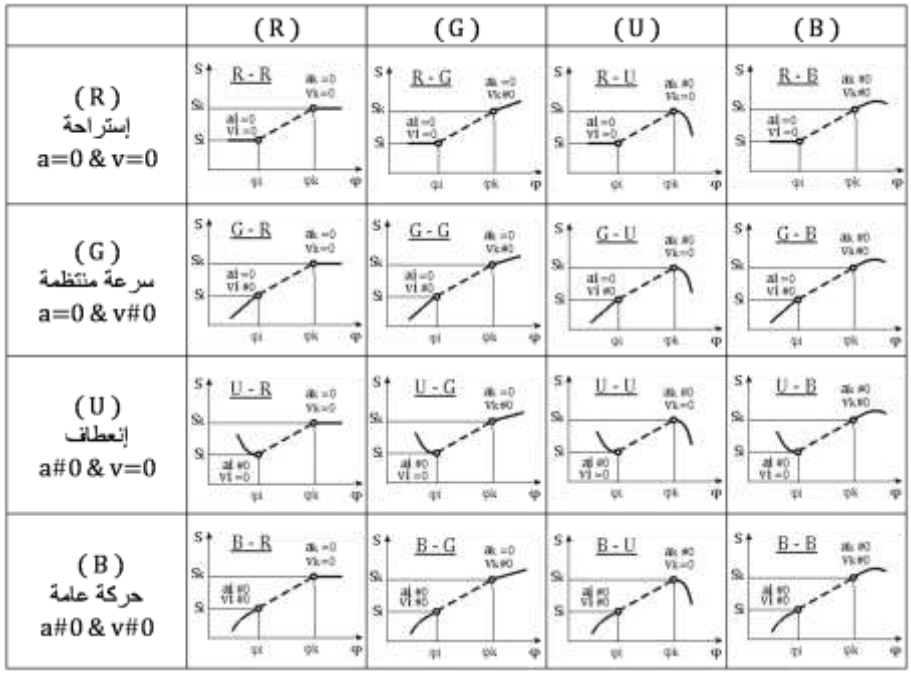
2.1 متطلبات الحركة الميكانيكية

لكل حركة متطلبات تفرضها طبيعة التطبيق للنظام الميكانيكي الذي سيقاد بهذه الحركة. وتنحصر عادةً هذه المتطلبات بالشروط الحدية للحركة من موضع وسرعة وتسارع في بداية ونهاية الحركة أو في بداية ونهاية كل مجال من مجالات الحركة. وحسب الشروط الحدية فإن الحركة أو أي مجال من مجالاتها يمكن أن تبدأ أو تنتهي بالشروط الحدية التالية:

- استراحة (R): حيث السرعة والتسارع تساوي الصفر (a=0 & v=0)
- سرعة منتظمة (G): حيث التسارع فقط يساوي الصفر (a=0 & v#0)
- انعطاف (U): حيث السرعة فقط تساوي الصفر (a#0 & v=0)

- حركة عامة (B): حيث السرعة والتسارع لا يساويان الصفر (a#0 & v#0)

الشكل (3) يمثل جميع إمكانيات الشروط الحدية عند بداية ونهاية الحركة حيث في السطر الأول تكون بداية الحركة باستراحة ونهايتها تكون إما استراحة أو حركة بسرعة منتظمة أو انعطاف أو حركة عامة.



الشكل (3): الشروط الحدية عند أطراف مجالات الحركة المختلفة

2. الدراسات المرجعية:

إن عملية تصميم الحركات الميكانيكية لها أهمية كبيرة في تصنيع الآلات حيث العديد من الجامعات ومراكز الأبحاث العالمية تناولت هذه المشكلة من عدة جوانب. حيث طور اتحاد المهندسين الألمان دليلا تقنيا خاصا بالأساسيات النظرية لتصميم الحركات الميكانيكية لآليات أقراص التحريك [1]. في [2] تم عرض طريقة لتصميم منحنيات الروبوت من أجل تجاوز أماكن وجود الانفرادات والتي تعتبر مناطق غير مرغوب بها عندما يمر بها عنصر التأثير النهائي للروبوت. في [3] تم تصميم مسارات حركية مع الأخذ بعين الاعتبار شروط الحركة في التوضع والسرعة والتسارع وحتى المشتق الثالث أي مشتق التسارع. حيث إن لمشتق التسارع أهمية كبيرة في

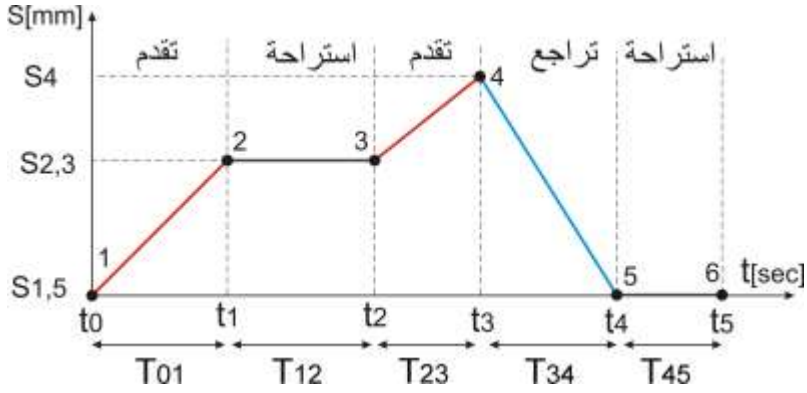
ظهور الصدمات في الحركة. في [4] تم الاهتمام بتطوير حركة ميكانيكية متعددة الأطوار أو المراحل لآلية رباعية منزلقة وفق شروط معينة من توضع وسرعة وتسارع حيث استخدم كثيرات حدود من الدرجة السابعة ومن درجات أخرى. في [5] تم تصميم حركة ميكانيكية لتحريك الإبر في آلة خياطة أحادية الجانب بشكل متواقت وذلك باستخدام كثيرات حدود من الدرجة الخامسة. [6] هو عبارة عن كتاب ركز على موضوع تصميم الحركات الميكانيكية لأقراص القيادة (الحدبات) وطرائق تصنيعها. في [7] تم توليد مسارات الروبوت في فضاء المفاصل باستخدام كثيرات حدود من الدرجة الرابعة والسادسة لحل مشكلة نقاط العبور في مسارات الحركة. [8] تناول موضوع تخفيض الاهتزازات في عنصر مرن مقاد من قبل روبوت وذلك عن طريق أمثلة زمن التسارع والتباطؤ في منحني القيادة ذي تابع تسارع شبه منحرف. في [9] تم التحكم في الموضع وذلك عن طريق دارة تحكم تداخلية حيث استخدم فيها منحني سرعة مصمم وفق منحني سرعة شبه منحرف. في [10] تم تصميم حركات دورة المشي لرجل الإنسان باستخدام كثيرات حدود من الدرجة الخامسة والسادسة وذلك لكل مفصل من مفاصل الرجل.

من خلال الدراسات المرجعية السابقة نلاحظ أن موضوع تصميم الحركات الميكانيكية تم التعرض له من عدة جوانب منها ما كان أكاديمياً ومنها ما كان وفق تطبيق معين مثل تصميم مسارات الروبوت أو تصميم حركة الإبر لآلة الخياطة وهذا يدل على أهمية هذا الموضوع. ولكن الملاحظ هو عدم وجود مراجع أو دراسات سابقة قد تناولت موضوع منهجية تصميم الحركات الميكانيكية وخصوصاً تلك التي اهتمت في استعمال كثيرات الحدود كتوابع رياضية من أجل اشتقاق تابع الحركة للأنظمة الميكانيكية وتأثير درجة كثيرات الحدود ودرجة تناظرها على تحقيق متطلبات الحركة. علاوةً على ذلك فقد لوحظ ندرة المراجع العلمية باللغة العربية في موضوع تصميم الحركات الميكانيكية وهذا يعطي لموضوع البحث أهمية كبيرة وذلك من خلال إغناء المكتبات المحلية بالمراجع العربية.

3 تخطيط وتشكيل الحركة:

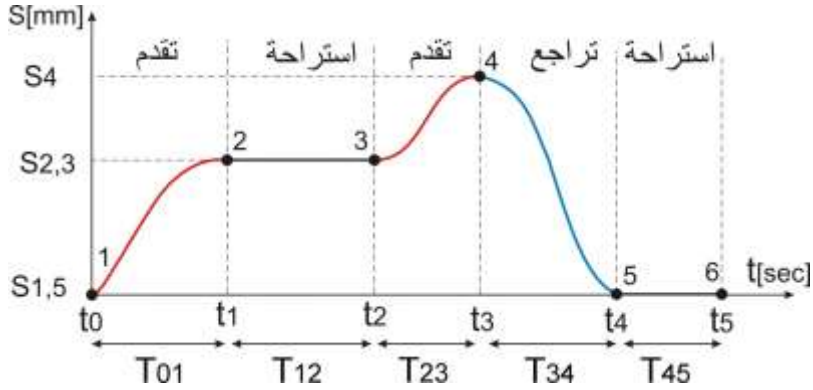
لابد عند تخطيط الحركة من تحديد النقاط الرئيسية للحركة والتي تحدد بدورها

أشواط أو مجالات الحركة. هذه النقاط الرئيسية يتم تحديدها من خلال متطلبات الحركة وذلك حسب التطبيق المطلوب. أشواط أو مجالات الحركة يمكن أن تكون حركة تقدم أو استراحة أو تراجع كما هو موضح بالشكل (4). حيث يوصل في البداية بين النقاط الرئيسية بخطوط مستقيمة وهذا ما يسمى بمخطط الحركة.



الشكل (4): مخطط الحركة/ القيادة

إن عملية تحديد النقاط الرئيسية يتم من خلال تحديد زمن كل نقطة ومقدار الإزاحة الخطية أو الزاوية. أما باقي متغيرات الحركة عند كل نقطة من النقاط الرئيسية مثل السرعة والتسارع فتكون بالعادة غير معلومة. حيث يتم تحديد بعضها من خلال الشروط الحدية في كل نقطة. فمثلاً عندما تكون النقطة الرئيسية نقطة طرفية في مجال استراحة فإن قيمة السرعة والتسارع فيها تكون مساوية للصفر. أما إذا كانت النقطة الرئيسية نقطة انعطاف فإن السرعة فيها تساوي الصفر والتسارع لا يساوي الصفر. وعندما تكون الحركة في النقطة هي حركة عامة فإن قيمة السرعة والتسارع لا تساوي الصفر. إن عملية تحديد قيمة السرعة والتسارع في النقاط الرئيسية هو جزء من المرحلة القادمة وهي تشكيل منحني الحركة وذلك عن طريق استيفاء هذا المنحني عن طريق وصل النقاط الرئيسية بواسطة توابع رياضية مناسبة، الشكل (5). أي إيجاد علاقة الإزاحة ومشتقاتها مع الزمن. في هذه المقالة سوف نهتم بدراسة استخدام كثيرات الحدود من الدرجة الخامسة من أجل استيفاء منحنيات الحركة.



الشكل (5): منحني الحركة / القيادة

4. استخدام كثيرات الحدود في استيفاء منحنيات الحركة

يعطى الشكل العام لكثيرات الحدود من الدرجة n بالعلاقة الآتية:

$$S(t) = \sum_{i=0}^{n} a_i.t^i = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots + a_n t^n$$

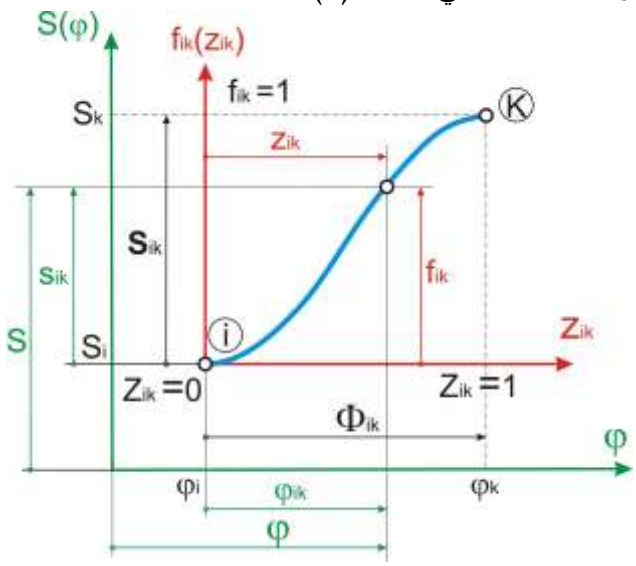
حيث n تمثل درجة كثيرة الحدود و a_i تمثل أمثالها، في حال درجة الكثيرة هي الدرجة الخامسة فإنها تأخذ الشكل التالي:

$$S(t) = \sum_{i=0}^{5} a_i.t^i = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5$$

حيث كثيرة الحدود من الدرجة الخامسة تحتوي على ستة معاملات والتي تحسب من القيم الحدية لنقطة بداية ونهاية مجال الحركة، فمن أجل حركة بدايتها استراحة ونهايتها استراحة تكون الشروط الحدية في نقطة البداية من إزاحة وسرعة وتسارع هي: ($t_1, s_1,$ v_1, a_1) وفي نقطة النهاية هي: (t_2, s_2, v_2, a_2) .ومن هذه الشروط يمكن كتابة جملة المعادلات التالية والتي من خلالها يمكن إيجاد أمثال كثير الحدود. هذه العلاقة تم استخدامها في برمجة واجهة مستخدم تفاعلية GUI في برنامج MATLAB كما في الفقرة (6)، حيث تم تعميمها بحيث تصبح درجة المعادلة (n) متغيرا يتم إدخالها من قبل المستخدم ثم إظهار النتائج ورسمها.

$$\begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & t_1^3 & t_1^4 & t_1^5 \\ 0 & 1 & 2t_1 & 3t_1^2 & 4t_1^3 & 5t_1^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_1 & 12t_1^2 & 20t_1^3 \\ 1 & t_2 & t_2^2 & t_2^3 & t_2^4 & t_2^5 \\ 0 & 1 & 2t_2 & 3t_2^2 & 4t_2^3 & 5t_2^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_2 & 12t_2^2 & 20t_2^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ v_1 \\ \alpha_1 \\ s_2 \\ v_2 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$$

من أجل تقييم منحنيات الحركة عادةً تكتب العلاقات بشكل لا بعدي والتي تسمى المعادلات القياسية أو (المعيارية) حيث تنسب فيها قيمة الزمن ومتغير الحركة إلى قيمها العظمى بحيث يأخذ كل من الزمن ومتغير الحركة قيمة صغرى هي الصفر وعظمى هي الواحد [1]، كما في الشكل (6).



الشكل (6): مخطط الحركة القياسية أو النظامية

وفي هذا السياق تأخذ متغيرات الحركة الأشكال التالية, حيث متغير الزمن $z_{ik} = (t/t_{max}) = (\varphi/\emptyset_{ik})$ حيث φ تمثل متغير الدخل لأقراص التحريك و $\emptyset_{ik}$ تمثل القيمة العظمى لمتغير الدخل φ.

والإزاحة $f_{ik} = (s/s_{max}) = (s/S_{ik})$ وبالتالي تأخذ المعادلة الشكل التالي:

$$f_{ik} = f_{ik}(z_{ik})$$

وبالتالي فإن المعادلة القياسية من الدرجة الخامسة ومشتقاتها يمكن أن تكتب كما يلي:

$$f_{ik} = a_0 + a_1 z_{ik} + a_2 {z_{ik}}^2 + a_3 {z_{ik}}^3 + a_4 {z_{ik}}^4 + a_5 {z_{ik}}^5$$

المشتق الأول:

$$\dot{f}_{ik} = v = \frac{1}{t_{max}}(a_1 + 2a_2 z_{ik} + 3a_3 {z_{ik}}^2 + 4a_4 {z_{ik}}^3 + 5a_5 {z_{ik}}^4)$$

المشتق الثاني:

$$\ddot{f}_{ik} = \alpha = \frac{1}{(t_{max})^2}(2a_2 + 6a_3 z_{ik} + 12a_4 {z_{ik}}^2 + 20a_5 {z_{ik}}^3)$$

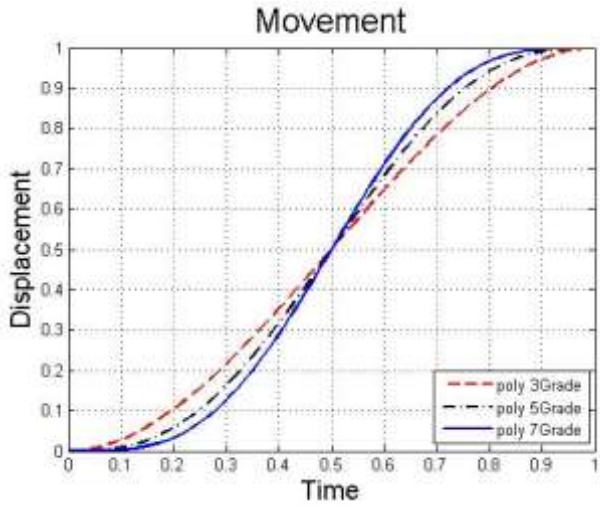
المشتق الثالث:

$$\dddot{f}_{ik} = j = \frac{1}{(t_{max})^3}(6a_3 + 24a_4 z_{ik} + 60a_5 {z_{ik}}^2)$$

5. تأثير درجة كثيرات الحدود على منحنيات الحركة

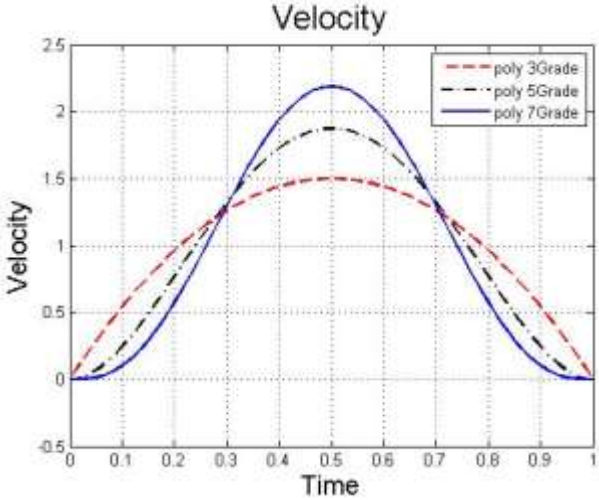
من أجل الحركة المعيارية أو القياسية سوف ندرس تأثير درجة كثيرة الحدود على كل من الإزاحة ومشتقاتها الثلاثة من أجل شروط حدية (R-R), حسب الشكل (3). يمثل الشكل (7) تأثير درجة كثيرة الحدود على الإزاحة وذلك من أجل الحركة القياسية. حيث بينت مخططات الحركة بأنه من أجل حركة خالية من القفزات النهائية (المحدودة) والمسببة لنشوء الصدمات في مشتقها الثالث يجب أن تكون درجتها من الخامسة فما فوق. نلاحظ أنه كلما ازدادت درجة كثيرة الحدود زاد انحناء المنحني عند بداية ونهاية الحركة وهذا بدوره يجعل الحركة في بداية ونهاية المجال أكثر تسارعاً وتباطؤاً أما قيمة السرعة والتسارع عند بداية ونهاية المجال فتأخذ قيمة الصفر وذلك عندما تكون درجة كثيرة الحدود أكبر من خمسة كما في الشكل (8 و9).

أما نقطة الانعطاف في منحني الإزاحة فلا تتأثر بدرجة كثير الحدود وتبقى في وسط المجال بسبب تناظر شروط الحركة على طرفي المجال.



الشكل (7): تأثير درجة كثير الحدود على الإزاحة

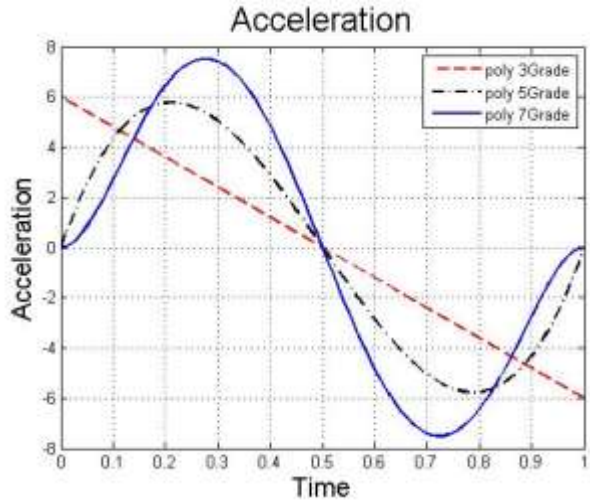
الشكل (8) يمثل تأثير درجة كثير الحدود على المشتق الأول لمنحني الحركة حيث نلاحظ أنه بزيادة درجة كثير الحدود يزداد ميل منحني المشتق الأول (أي المشتق الثاني وهو التسارع) عند بداية ونهاية طور الحركة، بينما القيمة العظمى للمشتق الأول أي السرعة تزداد مع زيادة درجة كثير الحدود وتتركز في منتصف المجال. إن زيادة ميل منحني السرعة في بداية ونهاية المجال يكسب الحركة تسارعا أكبر في نصف مجال الحركة الأول وتباطؤا أكبر في نصف مجال الحركة الثاني.



الشكل (8): تأثير درجة كثير الحدود على المشتق الأول لمنحني الحركة

الشكل رقم (9) يمثل تأثير درجة كثيرة الحدود على المشتق الثاني للحركة، حيث كلما

زادت درجة كثيرة الحدود زادت القيمة العظمى للتسارع ويأخذ منحني التسارع شكلا مشابها لتابع جيبي بعد الدرجة الخامسة.

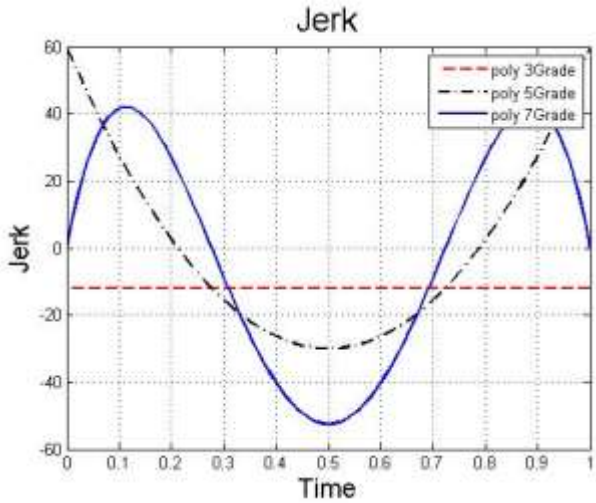


الشكل (9): تأثير درجة كثير الحدود على المشتق الثاني لمنحني الحركة

وإن منحني تسارع كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة هو عبارة مستقيم ولا يمكن أن يأخذ قيمة الصفر في بداية ونهاية الحركة هذا يعني أن هناك صدمة في بداية الحركة ونهايتها. كما أن للمشتق الثاني للحركة (التسارع) أهمية كبيرة في تصميم منحنيات القيادة بسبب أن قوى العطالة تتناسب مع قيمة التسارع (وفقاً لقانون نيوتن الثالث في التحريك). كما أن المحركات التي ستقوم بإنجاز منحني القيادة لها تسارع أعظمي يجب أن يكون أكبر من قيمة التسارع الأعظمي في منحني القيادة.

في كثير من الأنظمة منخفضة التخميد أي الأنظمة التي يمكن أن تهتز بسهولة تحت تأثير تهيج بسيط فإنه يكون من الضروري دراسة المشتق الثالث لمنحني القيادة لأن المشتق الثالث يعبر عن تغير التسارع أي عن تغير القوى التي تحرك النظام كما هو الحال في الأنظمة التي تحتوي على عناصر مرنة وكتل صغيرة وسرعات عالية ومتغيره فمثلا عند وصل محركات خطية مباشرة مع مساند هوائية حيث نسبة الاحتكاك فيها تقريبا تساوي الصفر. والشكل (10) يمثل تأثير درجة كثير الحدود على المشتق الثالث للحركة والذي يدعى (Jerk). نلاحظ بأنه فقط التوابع ذات الدرجة الأعلى من الدرجة الخامسة تبدأ من الصفر, أي أنها لا تحتوي على قفزة أو صدمة في منحني الـ

Jerk. إذ لتصميم منحني القيادة خالٍ من الصدمات في المشتق الثالث يجب أن تكون درجته أعلى من الدرجة الخامسة.



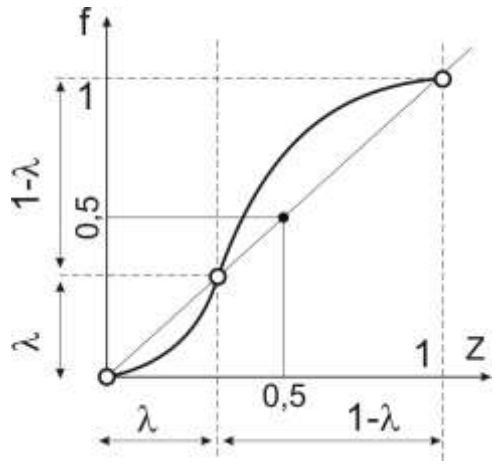
الشكل (10): تأثير درجة كثير الحدود على المشتق الثالث لمنحني الحركة

أما في بعض الأنظمة التي تكون ذات تخميد كبير وعطالة كبيرة مثل أنظمة الحركة الخطية التي تستخدم البراغي والصواميل مع وجود كرات لتخفيض الخلوصات والمعروفة بـ (Ball Screw)

فلا داعي لدراسة المشتق الثالث لمنحنيات القيادة وهنا يتم التركيز على قيمة التسارع العظمى بحيث تكون أقل ما يمكن.

6. دراسة تأثير درجة عدم التناظر على توابع الحركة

كثير من التطبيقات الميكانيكية تتطلب منحنيات حركة غير منتظمة أي أن نقطة الانعطاف لا تقع في منتصف المسافة بالنسبة لمنحني الزمن ومنحني الحركة (أي طول مجال التسارع لا يساوي طول مجال التباطؤ)، مثال على ذلك حركة فتح وإغلاق صمامات إدخال المزيج لأسطوانات المحرك وإخراج غاز العادم أو صفيحة فتح وإغلاق الصمام الخانق في المحرك (throttle valve). وهنا كان لابد من التطرق إلى اشتقاق معادلات الحركة غير المنتظمة ودراسة تأثير معامل عدم الانتظامية (λ) على منحنيات الحركة. الشكل (11) يبين شكل الحركة غير المتناظرة.



الشكل (11): تأثير درجة عدم التناظر على منحني الحركة/ القيادة

بتعريف معامل عدم الانتظامية (λ) والذي يقسم مجال الحركة إلى قسمين غير متناظرين وتنحصر قيمته بين الـ 0 و 1 ومن أجل القيمة (λ = 0,5) تكون الحركة متناظرة.

سوف نشتق تابع الحركة غير المتناظرة $f(\bar{z}), \dot{f}(\bar{z}), \ddot{f}(\bar{z}), \dddot{f}(\bar{z})$

على مجالين: المجال الأول ($0<Z\leq\lambda$) وسوف نعرف في هذا المجال المتغير

$$\bar{z} = \frac{z}{2\lambda}$$

تم تعريف قيمة المتغير $(\bar{z})$ في كلا المجالين بهذه الطريقة بحيث يتم تحقيق

الشرطين التاليين، الأول هو أنه من أجل λ تساوي 0.5 فإن ($Z = \bar{z}$) والثاني هو أن تبقى سرعة كلا المنحنيين المتناظر وغير المتناظر متساوية أي $\dot{f}(z) = \dot{f}(\bar{z})$ لأن في المنحني غير المتناظر يتم إزاحة نقطة الانعطاف وبالتالي فقط إزاحة نقطة القيمة العظمى في منحني السرعة وذلك حسب قيمة λ , الشكل(8)

وبالتالي فإن تابع الحركة والمشتقات تعطى بالعلاقات التالية:

$$f(z) = 2\lambda . f(\bar{z}) \qquad \dot{f}(z) = \dot{f}(\bar{z})$$

$$\ddot{f}(z) = \ddot{f}(\bar{z})\frac{1}{2\lambda} \qquad \dddot{f}(z) = \dddot{f}(\bar{z})\left[\frac{1}{2\lambda}\right]^2$$

المجال الثاني ($\lambda \leq z < 1$) سوف نعرف في هذا المجال المتغير

$$\bar{z} = 0{,}5 + \frac{z - \lambda}{2(1-\lambda)}$$

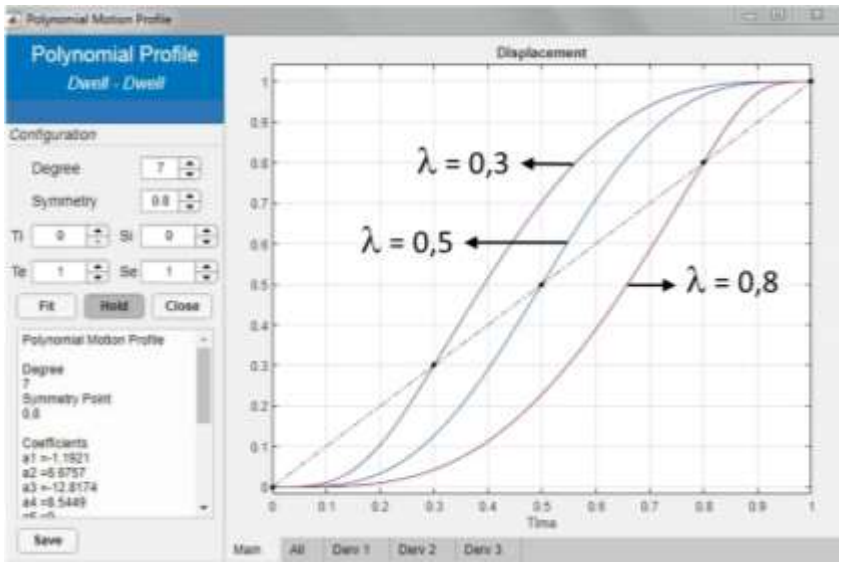
وبالتالي فإن تابع الحركة والمشتقات تعطى بالعلاقات التالية:

$$f(z) = \lambda + 2(1-\lambda)[f(\bar{z}) - 0{,}5]$$

$$\dot{f}(z) = \dot{f}(\bar{z})$$

$$\ddot{f}(z) = \ddot{f}(\bar{z})\left[\frac{1}{2(1-\lambda)}\right]^2 \qquad \dddot{f}(z) = \dddot{f}(\bar{z})\frac{1}{2(1-\lambda)}$$

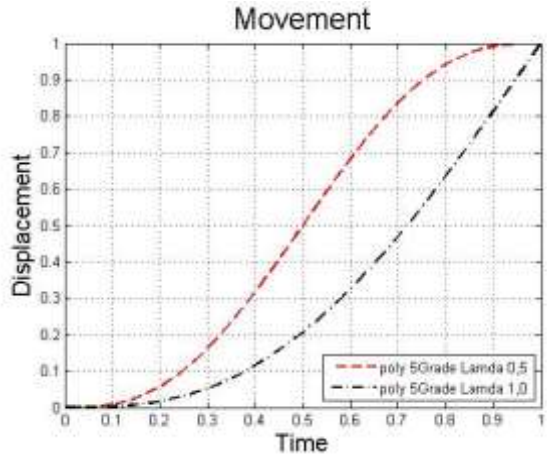
الشكل (12) يبين واجهة مستخدم تفاعلية (*GUI*) مبرمجة وفق برنامج ما تلاب لدراسة تأثير معامل عدم الانتظامية (λ) على الحركة وذلك عندما تكون قيمته أكبر أو أصغر من 0.5. نلاحظ أنه من أجل قيم لمعامل عدم الانتظامية أكبر من 0,5 يكون منحني الحركة أسفل من (المنحني المتناظر λ =0,5) أي أن المنحني يتأخر عند الإقلاع ويتسارع عند الوصول . أما عندما تكون قيمة معامل عدم الانتظامية أصفر من 0,5 عندها يكون المنحني أعلى من المنحني المتناظر ونلاحظ بأن منحني الحركة يتسارع عند الإقلاع ويتباطأ عند الوصول إلى نهاية المجال.



الشكل (12): تأثير معامل عدم الانتظامية (λ) على منحني الحركة

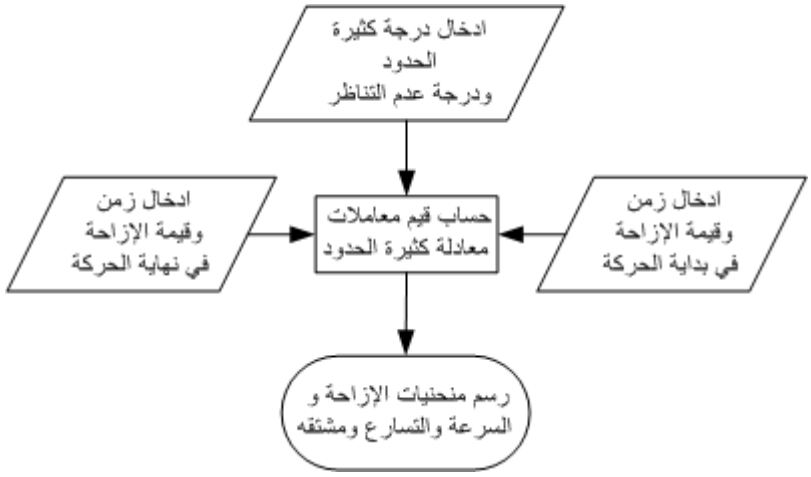
الشكل (13) يبين تأثير قيمة المعامل (λ) عندما يأخذ قيمة عظمى (1) حيث عندما تكون قيمة معامل عدم الانتظامية تساوي الواحد نجد بأن التابع لا يتباطأ عند الوصول

ويصل بقيمة سرعة لا تساوي الصفر أي أنه سيكون هناك صدمة عند الوصول



الشكل (13): تأثير قيمة المعامل (λ) عندما يأخذ قيمة عظمى (1)

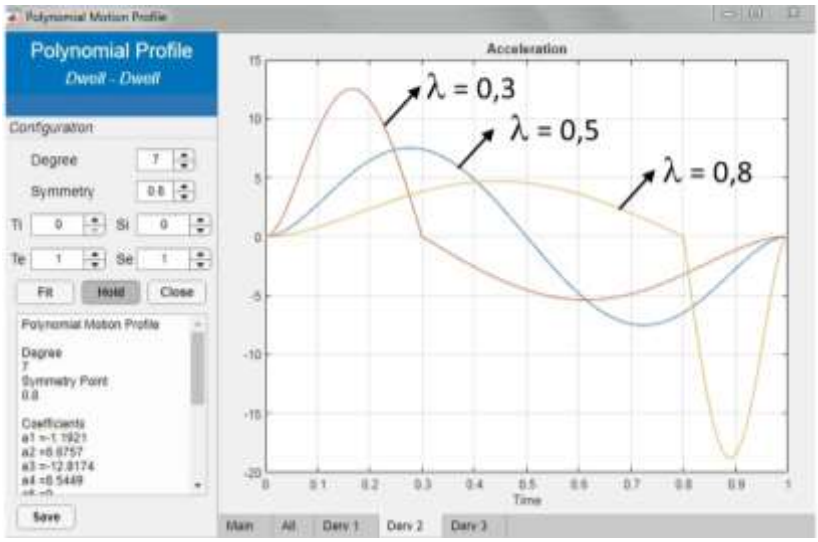
من أجل عملية تصميم توابع الحركة باستخدام كثيرات الحدود تم برمجة واجهه مستخدم تفاعلية GUI باستخدام برنامج Matlab, الشكل (15). حيث تم إدخال الشروط الحدية فيهاعند بداية ونهاية الحركة ويمكن إدخال درجة كثير الحدود المرغوبة وقيمة معامل عدم الانتظامية المطلوب ويمكن من خلال هذه الواجهة إظهار كل مشتقات الحركة من سرعة وتسارع ومشتق التسارع وذلك وفق الخوارزمية المبينة في الشكل (14).



الشكل (14): الخوارزمية المستخدمة في برمجة واجهة GUI لتصميم منحنيات الحركة

الشكل (15) يبين منحنيات التسارع لتابع حركة من الدرجة السابعة ومن أجل ثلاث قيم

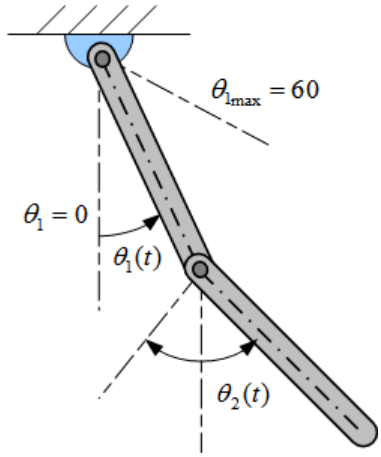
لمعامل عدم الانتظامية.



الشكل (15): برمجة واجهة GUI لتصميم توابع الحركة

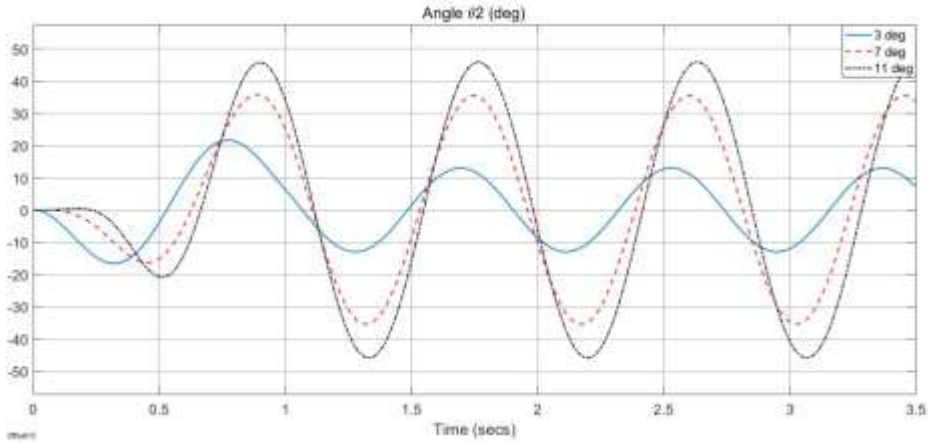
7. دراسة تأثير درجة كثيرة الحدود ودرجة عدم التناظر على اهتزاز الأنظمة الميكانيكية

سوف نبين من خلال هذا المثال التطبيقي تأثير كل من درجة كثيرة الحدود ودرجة عدم التناظر على اهتزاز الأنظمة الميكانيكية متعددة الأجسام والقابلة للاهتزاز. لتحقيق هذا الهدف تم نمذجة نواس عطالي (فيزيائي) مؤلف من قضيبين متماثلين ومإصلين مع بعض بمفصل دوراني باستخدام برنامج الـ SolidWorks ثم نقل النموذج إلى بيئة برنامج Matlab-Simmechanics حيث تمت إزاحة القضيب العلوي بحركة دورانية $\theta 1(t)$ بشروط حدية (استراحة . استراحة) من الزاوية 0 إلى الزاوية 60 خلال 1 ثانية ثم رسم اهتزاز زاوية القضيب السفلي $\theta 2(t)$ تحت تأثير وزنه الذاتي وذلك من أجل قيم مختلفة لدرجة كثيرة الحدود ولمعامل عدم الانتظامية λ، حيث تم اهمال الاحتكاك ومقاومة الهواء، كما في الشكل (16).



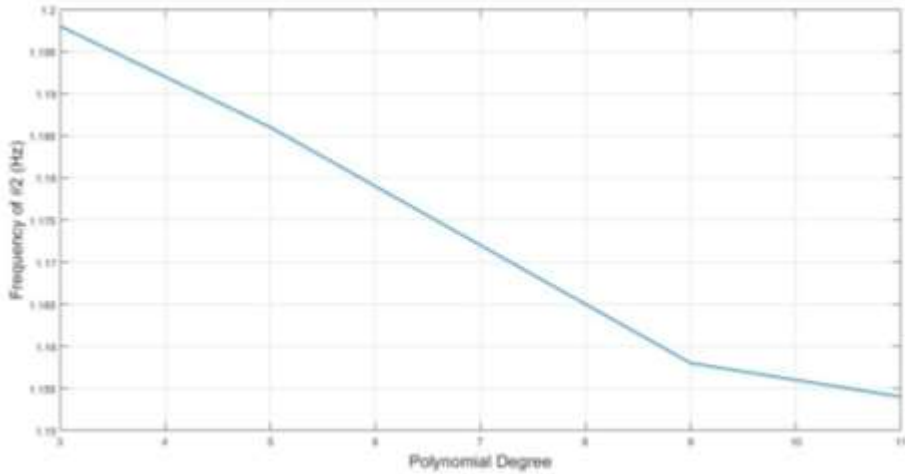
الشكل (16): نواس عطالي مؤلف من قضيبين

الشكل (17) يمثل اهتزاز القضيب السفلي تحت تأثير وزنه الذاتي θ2(t). حيث نلاحظ بأنه مع زيادة درجة كثيرة الحدود (الدرجة 3, 7 و11) يزداد مطال حركة اهتزاز القضيب السفلي وذلك بعد إهمال الحركة العابرة (أي المجال من 0 إلى 1 ثانية).



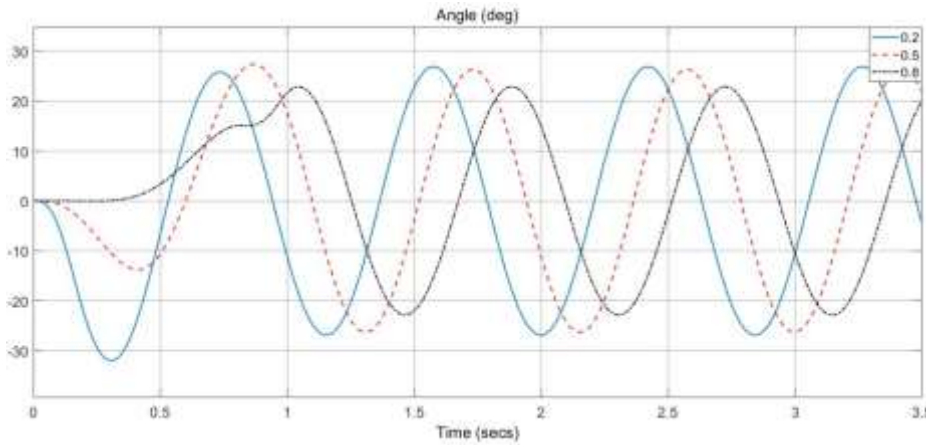
الشكل (17): تأثير درجة كثيرة الحدود على مطال الحركة

بينما تؤدي زيادة درجة كثيرة الحدود لحركة الدخل θ1(t) إلى انخفاض بسيط في دور حركة الخرج أي θ2(t)، كما في الشكل (18).



الشكل (18): تأثير درجة كثيرة الحدود على تردد الحركة

أما بزيادة عامل عدم الانتظامية λ فينخفض مطال حركة الاهتزاز للقضيب الثاني، الشكل (19) يمثل انخفاض مطال الحركة من أجل عدة قيم لمعامل عدم الانتظامية λ (0,2 و 0,5 و 0,8).



الشكل (19): تأثير درجة عدم الانتظامية على مطال الحركة

أما عامل عدم الانتظامية λ فليس لدية أي تأثير على تردد حركة القضيب الثاني، كما هو موضح في الشكل (19).

8. النتائج والتوصيات:

من خلال هذا البحث تم العمل على استخدام كثيرات الحدود من درجات عليا من أجل عملية استيفاء منحنيات الحركة لأنظمة القيادة الميكانيكية والكهربائية. حيث

بينت منحنيات الحركة المصممة وفق كثيرات الحدود العديد من الميزات مثل درجة كثيرات الحدود ودرجة التناظر التي يمكن أن تعطي المصمم الكثير من المرونة في عملية تصميم منحنيات القيادة. حيث إنه بتغيير درجة كثير الحدود يستطيع المصمم تغيير زاوية الدخول والخروج لمنحنيات الحركة ومشتقاتها وهذا يساهم بشكل كبير في ربط مجالات الحركة بشكل توافقي وإنتاج منحنيات حركة توافقية حتى المشتق الثالث. أيضا بينت هذه الدراسة أن لدرجة تناظر المنحني تأثيرا كبيرا على التحكم بشروط القيادة وهذا أمر مرغوب به في كثير من التطبيقات الصناعية. هذا العمل سوف يتابع بإضافة أنماط أخرى من التوابع الرياضية مثل التوابع المثلثية (التوافقية) وتوابع التسارع ذات الشكل الشبه منحرف وغيرها من التوابع. بالمقارنة مع الدراسات المرجعية السابقة والتي في غالبيتها تناولت تطبيقا معينا وقامت بتصميم الحركة له تم في هذه الدراسة استنتاج منحنيات الحركة بالشكل العام وبرمجة واجهه مستخدم تفاعلية GUI ودراسة تأثير كل من درجة كثيرة الحدود ودرجة عدم الانتظامية على منحنيات الحركة ثم تطبيق ذلك على مثال توضيحي.

References

[1] **Motion rules for cam mechanisms** 1980 „Theoretical Fundamentals“ , verein Deutscher Ingenieure.

[2] ZHOU H. TING K., 2005 – **Path generation with singularity avoidance for five-bar slider-crank parallel manipulators**. *Machanism and Machine Theory* 40 (**371-384**)

[3] MACFARLANE S. CROFT E., 2003 – **Jerk-Bounded Manipulator Trajetory Planning Design for Real-Time applications**, *IEEE Transaction on robotics and Automation*, vol. 19, No.1

[4] RUSSELL K. SODHI R. 2005 – **On the design of slider-crank mechanisms. Part I: multi-phase motion generation**, *Machanism and Machine Theory* 40 (**285-299**).

[5] T .KORDI M. MBAREK T. HUESING M. CORVES B. GRUNDMANN T. GRIES Th., April-2008 – **A New Single-Side Sewing Machine for automated Manufacturing of Composite Materials ,** *Konstruktion***.**

[6] NORTEN R., 2002- **Cam Design Manufacturing Handbook**. Industrial press Inc,. 1st Ed, New York, 580.

[7] ROBERT L. WILLIAMS II; 2013- **Simplified Robotics Joint-**

Space Trajectory Generation with a via Point Using a Single Polynomial. *Journal of Robotics.*

[8] HYUN JY. SEONG YC. HAN SK. MYUNG JH; 2019-**Trapezoidal Motion Profile to Suppress Residual Vibration of Flexible Object Moved by Robot.** *Journal of electronics*

[9] HONG-JUN H. YUNGDEUG S. JANG-MOK K; 2019- **A Trapezoidal Velocity Profile Generator for Position Control Using a Feedback Strategy.** *Journal of energics*

[10] MARWAN QAID M. MUHAMMAD FM. SARI ABDO A; 2019- **High Accuracy Walking Motion Trajectory Generation Profile Based On 6-5-6 PSPB Polynomial Segment with Polynomial Blend.** *IJMME-IJENS Vol:18 No:02*