# آلية مقترحة لتحديد نقطة البدء في الطريقة الحدسية (أقرب جار) باستخدام شعاع الانتقال والمصفوفة الاحتماليتين

**ياسين قرموطة*، شذا زبيده****

*مدرس، قسم الاحصاءالرياضي، كلية العلوم، جامعة حلب

**أستاذ مساعد، قسم العلوم الاساسية، كلية الهندسة المعلوماتية، جامعة حلب

## الملخص

تعرّف الطرائق الحدسية بأنها طرق تعتمد التخمين لأفضلية اختيار حالة عن أخرى داخل الحل لبعض الأهداف. يمتاز هذا النوع من الطرائق أنه يعطي للمسألة حلولاً جيدة لكنها قد تكون ليست حلولاً أمثلية.

في هذا البحث تم معالجة اعتماد العشوائية في اختيار نقطة البدء في الطريقة الحدسية (أقرب جار) المتبعة في مسائل الأمثلية، ومن ثم التنبؤ بالمسار وفقاً للمعالجة وذلك من خلال توظيف مفهوم شعاع الانتقال الاحتمالي وخطوات التنبؤ باستخدام سلاسل ماركوف ومقارنة المسار الناتج وفق الآلية المقترحة مع المسار الناتج عن تطبيق الطريقة الحدسية (أقرب جار) انطلاقاً من نقطة البدء ذاتها التي تم تحديدها وفق الآلية المقترحة فحصلنا على تطابق المسار في كلا الطريقتين من حيث الترتيب. تم تطبيق الطريقتين على مسألة البائع المتجول الشهيرة والتي تكون فيها نقطة البدء غير معينة.

**الكلمات المفتاحية:** سلاسل ماركوف – نظرية البيان– مسألة البائع المتجول– الطرائق الحدسية – طريقة الجار الأقرب.

ورد البحث للمجلة بتاريخ 2 / 2023/4

قبل للنشر بتاريخ 24 /5 /2023

**1- المقدمة:**

يعد الهدف من خوارزمية أقرب جار (Nearest Neighbours) هو استخدام قاعدة البيانات والتي تقوم على فصل مجموعة النقاط إلى عدة صفوف منفصلة بغاية التنبؤ بتصنيف عينة نقاط جديدة [1].

من جهة ثانية تعد مسألة البائع المتجول من المسائل التي تتعامل مع إيجاد المسار الأقصر عبر عدد من المدن بحيث يزور البائع كل مدينة مرة واحدة فقط قبل العودة إلى المدينة التي تم الانطلاق منها [2].

**2- مشكلة البحث:**

بشكل عام هناك نوعان من الطرائق الحدسية هما:

- طريقة الجار الأقرب.
- طريقة عكس المسارات الفرعية.

حيث تعتبر طريقة الجار الأقرب سهلة التطبيق وتعتمد هذه الطريقة على مبدأ العشوائية في اختيار نقطة البدء. ومن هنا تأتي مشكلة البحث ألا وهي إمكانية صياغة آلية تعتمد على منهجية رياضية إحصائية تمكننا من اختيار نقطة البدء اعتماداً على مفهوم شعاع الانتقال الاحتمالي الابتدائي وهذا يتطلب صياغة معطيات مسألة البائع المتجول صياغة احتمالية لنتمكن من معالجة حالة العشوائية في تحديد نقطة الانطلاق.

**3- أهمية البحث:**

تكمن أهمية البحث في معالجة حالة اختيار نقطة البدء في طريقة الجار الأقرب في مسألة البائع المتجول بحيث يمكننا تحديد آلية بعيداً عن العشوائية في اختيار نقطة البدء مع الأخذ بعين الاعتبار أن هذه الآلية قد تعطينا حلاً ممكناً وليس أمثلياً، وهو الشيء ذاته الذي لا يمكن أن تضمنه لنا خوارزمية أقرب جار.

**4- هدف البحث:**

يهدف هذا البحث إلى الاستفادة من مفهوم شعاع الانتقال الاحتمالي ومصفوفة الانتقال الاحتمالية في تحديد نقطة البدء أو الانطلاق في مسألة البائع المتجول، والتي تعد من أكثر المسائل أهمية في التعقيد الحسابي بهدف الوصول إلى مسار هاميلتوني يجب على البائع اتباعه وهذا المسار يتطابق مع المسار الذي نحصل عليه في حال تم اختيار نقطة الانطلاق ذاتها وذلك باتباع أحد الطرق التقليدية.

**5- الدراسات المرجعية:**

في البحث [3] تمت دراسة مسألة البائع المتجول والطرائق المستخدمة في إيجاد حل للمسألة. إذ تم توظيف مزايا خوارزمية التفريع والتحديد باعتبارها أحد الطرائق المثلى لحل مسألة البائع المتجول (Travelling Saleaman Problem) TSP حيث اقترحت خوارزمية جينية لحل المسألة وقد أدى استخدامها إلى إيجاد المسار الأمثل.

في البحث [4] تم اقتراح نهجاً لحل مشكلات تصويت الأغلبية من خلال حساب الوزن عن بعد باستخدام مجموعة من أقرب k جار ومسافة الوزن k أقرب جار. حيث قورنت دقة النتائج بالدقة المكتسبة من طريقة K- NN الأصلية باستخدام عدة مجموعات من بيانات مستودع التعلم الآلي.

**6- المناقشة:**

**6-1 الطرق الحدسية:**

الحدسية هي اختصار لطريقة يتم استخدامها بشكل شائع لتبسيط المسائل وهي محاكاة لجزء من العمليات التي يقوم بها الدماغ البشري والتي تسمح بدورها للوصول إلى نتائج معقولة أو حلولاً لمسائل معقدة. هذه الحلول قد لا تكون مثلى ولكنها على الأغلب تكون كافية لإعطاء إطاراً عاماً لمجموعة الحلول [5].

أما في البرمجة الرياضية تعرّف الطريقة الحدسية بأنها إجراء يقوم بتحديد الحلول شبه المثلى لمشكلة التحسين الذي يتمثل بالوصول إلى الحل الأمثل أو الدقة الأعلى. ومن أهم استخدامات الطريقة الحدسية هي حل مشكلة البائع المتجول الشهيرة TSP [6].

**6-2 طريقة الجار الأقرب:**

تعد طريقة الجار الأقرب K-NN من الطرق الأكثر شيوعاً والمستخدمة في أبحاث تنقيب المعطيات وتعلم الآلة، مثل: التصنيف. حيث تعتبر هذه الطريقة سهلة التطبيق، لكن من جهة أخرى لا تزال دقة هذه الطريقة منخفضة نوعاً ما، خاصةً إن تمت مقارنتها مع خوارزميات التصنيف الأخرى [7].

يقوم مبدأ هذه الخوارزمية على النقاط الأربع التالية: [8]

- الخطوة 1: اختيار عقدة ما بشكل عشوائي.
- الخطوة 2: إيجاد العقدة الأقرب للعقدة التي تم اختيارها سابقاً وغير واردة من قبل، ومن ثم حساب مقدار الكلفة بين العقدتين.
- الخطوة 3: التحري عن وجود عقد لم تتم زيارتها بعد، إذا كانت الإجابة نعم نعود للخطوة 2.
- يتوقف الحل عند الوصول للعقدة التي تم اختيارها في الخطوة 1.

تعتبر هذه الطريقة فعّالة ومجدية لإيجاد مسار واحد فقط يتم تشكيله ولكنه لا يوصل إلى الهدف بصورة جيدة [8].

**6-3 مفهوم سلسلة ماركوف:**

تعود تسمية سلاسل ماركوف للرياضياتي الروسي Andrei Markov (1856 – 1922) وباختصار فإن سلسلة ماركوف هي نموذج لتجربة مؤلفة من متتالية من المحاولات التي يكون فيها ناتج كل محاولة يعتمد على ناتج المحاولة السابقة مباشرة لها على الأكثر [9].

يمكن الاستعانة بسلاسل ماركوف في تحليل سلوكيات نظام أو التنبؤ بها كما يمكن توظيفها في علم الوراثة والاقتصاد ونظرية الألعاب ونظرية الأرتال أو نظرية الصفوف[9].

**6-4 مصفوفة الانتقال الاحتمالية:**

بفرض أنه لدينا سلسلة ماركوف معرفة بحالات النظام $X_0 , X_1 ,\ldots, X_{n-1}$ وبفرض أن احتمال الانتقال من الحالة $X_{t-1} = i$ إلى الحالة $X_t = j$ معرّف بالشكل: [10]

$$p_{ij} = P(X_t = j \mid X_{t-1} = i); t = 0,1,2,\ldots, n-1 \ldots (1)$$

عندها تعرّف مصفوفة الانتقال الاحتمالية بأنها مصفوفة مربعة من الدرجة n والتي توافق عدد حالات النظام وعناصرها هي الاحتمالات $p_{ij}$، رياضياً نعبّر عنها بالشكل:

$$P = [p_{ij}]_{nxn} = \begin{array}{c} \\ X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{n-1} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} X_0 & X_1 & \cdots & X_{n-1} \end{array} \\ \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & \cdots & p_{0,n-1} \\ p_{1,0} & p_{1,1} & \cdots & p_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n-1,0} & p_{n-1,1} & \cdots & p_{n-1,n-1} \end{bmatrix}_{n \times n} \end{array} \ldots (2)$$

ومن خواص هذه المصفوفة:[10]

$$1 \geq p_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j = 0,1,\ldots, n-1$$

$$\sum_{j=0}^{n-1} p_{ij} = 1 \quad \forall i = 0,1,\ldots, n-1 \qquad \ldots (3)$$

**6-5 شعاع الانتقال الاحتمالي الابتدائي:**

من أجل نظام ماركوف معرّف بفضاء حالة $S=\{X_0, X_1, \ldots, X_{n-1}\}$ ومصفوفة الانتقال الاحتمالية P. نعرّف شعاع الانتقال الاحتمالي الابتدائي بأنه شعاع سطري ذو n بعد عناصره تحمل القيمة 1 في الحالة التي يتواجد بها النظام ولتكن الحالة $X_i$ و0 فيما عدا ذلك. رياضياً نعبّر عن شعاع الانتقال الاحتمالي الابتدائي بالشكل:[10]

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} X_0 & X_1 & \cdots & X_{i-1} & X_i & X_{i+1} & \cdots & X_{n-1} \end{array} \\ P(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{array} \quad \forall i = 0,1,\ldots, n-1 \ldots (4)$$

**6-6 التنبؤ باستخدام سلاسل ماركوف: [11]**

بفرض أنه لدينا سلسلة ماركوف بفضاء حالة منتهي $\{X_0, X_1, \ldots, X_{n-1}\}$ ومصفوفة الانتقال الاحتمالية P. للتنبؤ بمستقبل النظام نتبع الخطوات التالية:

1- نحدد شعاع الانتقال الاحتمالي الابتدائي P(0) والمعرّف بالعلاقة (4) وذلك بالاعتماد على الوضع الراهن الذي يتواجد فيه النظام.

2- نتنبأ بحال النظام في المستقبل لخطوة واحدة اعتماداً على العلاقة:

$$P(1) = P(0).P \ldots (5)$$

3- بالاعتماد على ناتج العلاقة (5) نتنبأ بوضع النظام في المستقبل للخطوة الثانية وفق العلاقة:

$$P(2) = P(1).P \ldots (6)$$

4- وهكذا للتنبؤ بحال النظام للخطوة k نستخدم العلاقة التراجعية التالية:

$$P(k) = P(k-1).P \ldots (7)$$

حيث لا يمكن تحديد قيمة k التي نقف عندها كون أن هذه القيمة مقيدة بشرط استقرار السلسلة.

**6-6 آلية مقترحة لمعالجة اختيار العقدة بشكل عشوائي في خوارزمية الجار الأقرب:**

لدينا مجموعة من العقد عددها n بمصفوفة كلفة ولتكن C وبفرض أن لهذه المصفوفة الشكل التالي:

$$C = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \cdots & n \end{array} \\ \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \end{array} \quad \ldots (8)$$

وهي مصفوفة مربعة من الدرجة n عناصرها $c_{ij}$ تعبر عن تكلفة الانتقال من العقدة i إلى العقدة j ، بينما تكون عناصر القطر الرئيسي لهذه المصفوفة تحمل القيمة 0 بمعنى آخر أن التكلفة بين العقدة ونفسها معدومة.

والمطلوب: تحديد مسار للانتقال بين هذه العقد بشرط ألا يتم المرور بالعقدة سوى مرة واحدة فقط وينتهي المسار بالعودة إلى نقطة البدء.

لتحديد المسار اقترحنا الآلية التالية:

1- تحويل مصفوفة الكلفة C إلى مصفوفة انتقال احتمالية وذلك بقسمة عناصر كل سطر على مجموع الكلف الموجودة فيه. على سبيل المثال: نقسّم عناصر السطر الأول في المصفوفة C المعرفة بالعلاقة (8) على المقدار $\Sigma c_{1j}$ حيث j=1,2,..,n وعناصر السطر الثاني في المصفوفة C على المقدار $\Sigma c_{2j}$ وهكذا بمعنى آخر تحويل المصفوفة C المعرفة بالعلاقة (8) إلى مصفوفة احتمالية وذلك بقسمة عناصر كل سطر $c_{ij}$ على مجموع قيم السطر i حيث: i, j=1,2,…,n وبذلك تصبح المصفوفة الناتجة لها شكل المصفوفة P المعرّفة بالعلاقة (2).

2- نشّكل شعاع احتمالي نرمز له بالرمز S وهذا الشعاع عناصره قيم احتمالية متساوية قيمة كل منها $\frac{1}{n}$ حيث n تعبّر عن عدد العقد المطلوب تكوين المسار لها وهذا الشعاع له الشكل:

$$S = \begin{matrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ \left[\frac{1}{n} & \frac{1}{n} & \cdots & \frac{1}{n}\right] \end{matrix} \quad ...(9)$$

3- لتحديد نقطة الانطلاق في عملية بناء هذا المسار نقوم بحساب الجداء:

$$S_t = S.P \quad ...(10)$$

فنحصل على شعاع احتمالي نختار منه العقدة المقابلة للقيمة الاحتمالية الأصغر فيه لتكون نقطة البدء.

4- نقوم بحساب أشعة الانتقال الاحتمالية لـ n-2 خطوة والمعرفة بالعلاقات: (5), (6), (7) المشار لها سابقاً وفي كل مرة نقوم باختيار العقدة المقابلة للقيمة الاحتمالية الأقل بعد استثناء القيم الاحتمالية التي تم اختيارها سابقاً لتحديد العقد من عملية الاختيار.

5- نحدد المسار المطلوب بترتيب العقد التي تم اختيارها في الخطوتين 3,4 ثم نعود للمصفوفة C ونقوم بجمع الكلف المقابلة للمسار الناتج لنحصل على كلفة المسار.

**7- التطبيق العملي:**

**مسألة البائع المتجول TSP:**

تمت الإشارة لهذه المسألة لأول مرة في عام 1832 في كتاب " البائع المتجول الناجح" ونص هذه المسألة التقليدي هو التالي:

وصل تاجر إلى دولة فيها n مدينة ويريد البائع أن يزور كل مدينة مرة واحدة فقط وبأقل وقت سفر ممكن أو أقصر مسافة ممكنة ثم يعود للمدينة التي بدأ منها.

لمحاكاة المسألة تم تطبيقها على تحديد المسار الأقصر بين 4 محافظات سورية هي: دمشق .D، بانياس .B، اللاذقية .L، وحلب .A حيث تم الاستعانة بالموقع ar.distance.to للحصول على بيانات تخص أقصر مسافة جويّة تربط بينها مقدّرة بالـ Km فكانت المصفوفة C:

$$C = \begin{array}{c} \\ D. \\ B. \\ L. \\ A. \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} D. & B. & L. & A. \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 187.88 & 227.69 & 309.58 \\ 187.88 & 0 & 40.33 & 158.62 \\ 227.69 & 40.33 & 0 & 145.35 \\ 309.58 & 158.62 & 145.35 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \sum_{D.} = 725.15 \\ \sum_{B.} = 386.83 \\ \sum_{L.} = 413.37 \\ \sum_{A.} = 613.55 \end{array}$$

بتطبيق خطوات الآلية المقترحة نقوم أولاً بتحويل المصفوفة C إلى مصفوفة احتمالية وذلك بقسمة عناصر كل سطر على المجموع الكلي الموجود بجوار كل سطر لنحصل على مصفوفة احتمالية لها الشكل:

$$P = \begin{array}{c} \\ D. \\ B. \\ L. \\ A. \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} D. & B. & L. & A. \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.26 & 0.31 & 0.43 \\ 0.49 & 0 & 0.1 & 0.41 \\ 0.55 & 0.1 & 0 & 0.35 \\ 0.5 & 0.26 & 0.24 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

ثانياً نشّكل شعاع احتمالي S له الشكل:

$$\underset{D.}{\quad} \quad \underset{B.}{\quad} \quad \underset{L.}{\quad} \quad \underset{A.}{\quad}$$
$$S = [\ 0.25 \quad 0.25 \quad 0.25 \quad 0.25]$$

طبعاً تم اختيار الشعاع S بهذا الشكل وفقاً للخطوة (2) في الآلية المقترحة والمشار لها سابقاً حيث عدد العقد في مثالنا هنا يساوي 4.

ثالثاً نقوم بتحديد نقطة الانطلاق وذلك بحساب الشعاع:

$$\underset{D.}{\quad} \quad \underset{B.}{\quad} \quad \underset{L.}{\quad} \quad \underset{A.}{\quad}$$
$$S_t = S.P = [\ 0.385 \quad 0.155 \quad 0.162 \quad 0.298]$$

ثم نختار العقدة المقابلة للقيمة الاحتمالية الأقل في الشعاع $S_t$ وهي 0.155 والتي تقابل مدينة بانياس .B.

رابعاً: نقوم بحساب أشعة الانتقال الاحتمالية P(1), P(2) لنحصل على:

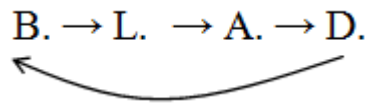
$$\underset{D.}{\quad} \quad \underset{B.}{\quad} \quad \underset{L.}{\quad} \quad \underset{A.}{\quad}$$
$$P(1) = [0.314 \quad 0.194 \quad 0.206 \quad 0.286]$$
$$\underset{D.}{\quad} \quad \underset{B.}{\quad} \quad \underset{L.}{\quad} \quad \underset{A.}{\quad}$$
$$P(2) = [0.352 \quad 0.177 \quad 0.184 \quad 0.287]$$

وبناءً على ما سبق فإن المسار الواجب على البائع اتباعه يتم تحديده بالشكل:

من الشعاع $S_t$ تكون نقطة الانطلاق هي مدينة بانياس.B.

من الشعاع P(1) نستثني القيمة الاحتمالية الموافقة لمدينة بانياس.B بسبب اختيارها سابقاً فنجد أن المدينة الثانية هي مدينة اللاذقية .L كونها تقابل القيمة الاحتمالية الأقل في الشعاع P(1) بعد استثناء العقدة .B.

من الشعاع P(2) نستثني القيم الاحتمالية المقابلة للعقدتين .L , .B لتكون المدينة التالية هي مدينة حلب .A ومن نفس الشعاع لم يتبق سوى تحديد العقدة ما قبل الأخيرة والتي ستتم زيارتها وهي العقدة .D ليعود البائع إلى نقطة البدء .B وعليه المسار الذي حصلنا عليه وفق الآلية المقترحة هو:




إذ يبدأ البائع من محافظة بانياس إلى اللاذقية اعتماداً على شعاع الانتقال الاحتمالي P(1). بالانتقال إلى الشعاع الاحتمالي P(2) تكون المحطة التالية للبائع بعد محافظتي بانياس واللاذقيةهي حلب تليها دمشق بحسب.

أما كلفة المسار بالعودة إلى المصفوفة C هي:

$$Cost = 40.33 + 145.35 + 309.58 = 495.26 \text{ K. m.}$$

بمقارنة المسار الذي حصلنا عليه بطريقة أقرب جار التقليدية فيما لو تم اختيار العقدة .B كنقطة بدء (مع الأخذ بعين الاعتبار أن تحديد المدينة في هذه الطريقة يتم بشكل عشوائي) وجدنا أن كلا المسارين متطابقين من ناحية المسار وبذات الترتيب وكذلك الكلفة.

**8- النتائج والتوصيات:**

1. إمكانية توظيف المفهوم الإحصائي والمتمثل بالتنبؤ باستخدام سلاسل ماركوف في محاكاة الطرائق الحدسية (أقرب جار) في إيجاد المسار والحصول على نتائج تتطابق مع الطريقة التقليدية.
2. معالجة حالة العشوائية في الطرائق الحدسية وذلك بتحديد نقطة البدء في حساب المسار بالاعتماد على مفهوم الشعاع الاحتمالي.
3. في حال تم الحصول أثناء تطبيق الآلية المقترحة على التوزع المستقر للسلسلة يتم تحديد المسار من التوزع المستقر للسلسلة بترتيب القيم الاحتمالية للشعاع ترتيباً تصاعدياً ومن ثم أخذ العقد المقابلة لكل قيمة لنحصل على المسار الذي تطابق بدوره مع المسار المحسوب باستخدام خوارزمية أقرب جار.
4. ونوصي بالعمل على إمكانية التوصل إلى آلية تقوم بتحديد نقطة البدء التي تمكننا الحصول على المسار الأمثل دون التعرض للمسارات الممكنة.

**المراجع**

1-Deo N., 1974 – **Graph Theory with Applications to Engineering & Computer Science**, DOVER PUBLICATIONS,INC.,New York, 650.

2-**علي** عزيز علي، 2010 – **مقدمة في نظرية البيانات**، الجمهورية العراقية، 300.

3-**د. السبعاوي** أحمد محمود محمد، 2012 – **استخدام خوارزمية التفريع والتحديد والخوارزمية الجينية في حل مسألة البائع المتجول**، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية 21، 69 – 96.

4-Syaliman K U, Nababan E A, and Sitompul O S, 2017 – **Improving**

**the accuracy of K- nearest neighbor using local mean based and distance weight,** Journal of Physics: Coference Series.

5- Fournier J., 2009 – **Graph Theory and Applications,** WILEY ISTE, 276.

**6- علي** أحمد حسين، 2011 – **مقدمة في بحوث العمليات،** دار المريخ، الرياض.

7-Applegate David L., Bixby Robert E., 2006 – **The Traveling Salesman Problem**, Priceton University Press, 539.

8- Davendra Donald, 2010 – **Traveling Salesman Peoblem, Theory and Applications,** InTech, 299.

9- Matloff N., 2013 – **Understanding Markov Chains Examples and Applications**, springer, 357.

10-Ching W., Huang X., Ng M., Siu T., 2013 – **Markov Chains, Algorithms and Applications**,2nd Edition, Springer, 230.

11–**زبيده** شذا،أ.**د. الكريدي** خضر، أ.**د. عنان** طاهر، 2010 – **استخدام سلاسل ماركوف في التنبؤ** (رسالة ماجستير)، جامعة حلب، 167.